



KAMALDNP

kamaldnp.com • IT Training, Varanasi

PDF created by Raj Kamal using AI

संक्षिप्त नोट्स — Engineering Mechanics

BTEUP डिप्लोमा • प्रथम सेमेस्टर (प्रथम वर्ष — सामान्य पाठ्यक्रम, सभी 41 ब्रांच) • संक्षिप्त नोट्स
Session 2026-27

संक्षिप्त पुनरावृत्ति नोट्स — KAMALDNP Academy द्वारा आधिकारिक BTEUP 2026-27 सिलेबस से तैयार किए गए। यह BTEUP का बोर्ड पेपर या प्रकाशन नहीं है।

ये **संक्षिप्त नोट्स** आधिकारिक BTEUP 2026-27 सिलेबस के अनुसार Engineering Mechanics की चारों इकाइयों को आसान और सरल हिंदी में समझाते हैं। हर इकाई में वही परिभाषाएँ, सूत्र और विधियाँ दी गई हैं जो छोटे तथा पाँच अंकों वाले प्रश्नों के उत्तर के लिए ज़रूरी हैं।

इनका उपयोग **परीक्षा से पहले दोहराव** के लिए करें — एक इकाई पढ़ें, फिर बिना देखे उसके सूत्र याद करने का प्रयास करें और इकाई के अंत में दिया संभावित प्रश्न स्वयं हल करें। ये केवल पुनरावृत्ति नोट्स हैं, इसलिए पूरी थ्योरी और संख्यात्मक प्रश्न अपनी पाठ्यपुस्तक तथा कक्षा नोट्स से भी अवश्य पढ़ें।

बल और संतुलन (Forces & Equilibrium)

विषय-वस्तु: बल के प्रकार; परिणामी और संतुलक बल; संतुलन की शर्तें।

बल के प्रकार

बल वह धक्का या खिंचाव है जो किसी वस्तु की विराम अवस्था या एकसमान गति को बदलता है, अथवा बदलने का प्रयत्न करता है। यह एक सदिश राशि है, इसका मात्रक newton (N) है और इसे पूरी तरह बताने के लिए परिमाण, दिशा, क्रिया-बिंदु तथा क्रिया-रेखा — ये चार बातें आवश्यक हैं।

परीक्षा में पूछे जाने वाले मुख्य प्रकार:

- **संपर्क बल** — सीधे स्पर्श से लगते हैं, जैसे अभिलंब प्रतिक्रिया, घर्षण तथा रस्सी में तनाव।
- **असंपर्क बल** — बिना स्पर्श के लगते हैं, जैसे गुरुत्व के कारण भार तथा चुंबकीय बल।
- **समतलीय बल** — सभी बल एक ही तल में हों; असमतलीय बल अलग-अलग तलों में होते हैं।
- **संगामी बल** — जिनकी क्रिया-रेखाएँ एक बिंदु पर मिलें; **समानांतर बलों** की क्रिया-रेखाएँ समानांतर होती हैं।

- **समरेखीय बल** — एक ही रेखा के अनुदिश लगते हैं।

प्रथम वर्ष के अधिकांश प्रश्न समतलीय संगामी बलों पर ही आधारित होते हैं, इसलिए हर प्रश्न में सबसे पहले स्वच्छ free-body diagram बनाना सीखें।

परिणामी और संतुलक बल

परिणामी बल (Resultant) वह एकल बल है जो दिए गए बल-समूह के बराबर प्रभाव उत्पन्न करता है। **संतुलक बल (Equilibrant)** वह एकल बल है जो परिणामी के बराबर परिमाण का, विपरीत दिशा में तथा उसी क्रिया-रेखा पर लगता है, इसलिए वह पूरे समूह को संतुलित कर देता है।

किसी बिंदु पर θ कोण बनाते हुए लगे दो बलों P और Q के लिए समांतर चतुर्भुज नियम से:

$$R = \sqrt{(P^2 + Q^2 + 2PQ \cos \theta)}$$

दिशा: $\tan \alpha = Q \sin \theta / (P + Q \cos \theta)$, जहाँ α परिणामी का P से कोण है।

- $\theta = 0^\circ$ हो तो $R = P + Q$ (अधिकतम)।
- $\theta = 180^\circ$ हो तो $R = |P - Q|$ (न्यूनतम)।
- $\theta = 90^\circ$ हो तो $R = \sqrt{(P^2 + Q^2)}$ ।

दो से अधिक बल हों तो प्रत्येक बल को क्षैतिज तथा ऊर्ध्व घटकों में बाँटकर ΣF_x और ΣF_y निकालें और $R = \sqrt{((\Sigma F_x)^2 + (\Sigma F_y)^2)}$ का प्रयोग करें।

संतुलन की शर्तें

कोई वस्तु **संतुलन** में तब कहलाती है जब बलों के प्रभाव में वह विराम अवस्था में रहे, अथवा एकसमान वेग से चलती रहे — अर्थात् उस पर परिणामी बल तथा परिणामी आघूर्ण दोनों शून्य हों।

समतलीय बलों के लिए तीन शर्तें हैं:

- $\Sigma F_x = 0$ — क्षैतिज घटकों का बीजगणितीय योग शून्य हो।
- $\Sigma F_y = 0$ — ऊर्ध्व घटकों का बीजगणितीय योग शून्य हो।
- $\Sigma M = 0$ — किसी भी बिंदु के परितः आघूर्णों का बीजगणितीय योग शून्य हो।

संगामी बलों के लिए केवल पहली दो शर्तें ही पर्याप्त हैं, क्योंकि आघूर्ण वाली शर्त स्वयं पूरी हो जाती है। तीन संगामी बलों के संतुलन के लिए **Lami का प्रमेय** सुविधाजनक है — प्रत्येक बल अपने सम्मुख कोण की sine के समानुपाती होता है: $P / \sin \alpha = Q / \sin \beta = R / \sin \gamma$ । हल्का-सा विस्थापन देने पर वस्तु के लौटने, दूर जाने या नई स्थिति में ठहरने के अनुसार संतुलन क्रमशः स्थायी, अस्थायी या उदासीन कहलाता है।

संभावित प्रश्न: 30 N और 40 N के दो बल किसी बिंदु पर परस्पर 60° के कोण पर कार्य करते हैं। परिणामी बल का परिमाण तथा दिशा ज्ञात कीजिए और समतलीय बलों के संतुलन की शर्तें लिखिए।

घर्षण (Friction)

विषय-वस्तु: घर्षण के नियम; घर्षण कोण; सरल मशीनों में घर्षण।

घर्षण के नियम

घर्षण वह स्पर्शरिखीय बल है जो संपर्क में स्थित दो सतहों के बीच सापेक्ष गति, अथवा गति की प्रवृत्ति, का विरोध करता है। फिसलना शुरू होने से ठीक पहले इसका अधिकतम मान **सीमांत घर्षण** कहलाता है।

शुष्क घर्षण के नियम (Coulomb के नियम):

- घर्षण सदैव गति अथवा आसन्न गति की दिशा के विपरीत लगता है।
- सीमांत घर्षण अभिलंब प्रतिक्रिया के सीधे समानुपाती होता है: $F = \mu R$, जहाँ μ घर्षण गुणांक तथा R अभिलंब प्रतिक्रिया है।
- समान सतहों तथा समान भार के लिए यह संपर्क क्षेत्रफल पर निर्भर नहीं करता।
- यह संपर्क सतहों की प्रकृति तथा खुरदुरेपन पर निर्भर करता है।
- गतिज घर्षण स्थैतिक सीमांत घर्षण से कुछ कम होता है और कम चाल पर वेग से लगभग स्वतंत्र रहता है।

यह बात याद रखें — घर्षण अपने सीमांत मान तक स्वयं समायोजित होता है; जब तक F का मान μR तक न पहुँचे, घर्षण लगाए गए बल के बराबर ही रहता है।

घर्षण कोण

जब कोई वस्तु फिसलने की वाली हो, तब अभिलंब प्रतिक्रिया R तथा सीमांत घर्षण F का परिणामी, अभिलंब से एक कोण बनाता है — इसी कोण को **घर्षण कोण** कहते हैं और इसे ϕ से दर्शाते हैं।

बल-त्रिभुज से: $\tan \phi = F / R = \mu R / R = \mu$, अर्थात् $\mu = \tan \phi$ । यही इस विषय का सबसे महत्वपूर्ण परिणाम है और परीक्षा में सीधे पूछा जाता है।

- **विश्राम कोण (Angle of repose)** — किसी झुके तल का वह अधिकतम झुकाव जिस पर रखी वस्तु अपने भार से ठीक फिसलना शुरू करे। यह घर्षण कोण के बराबर होता है।
- ϕ जितना बड़ा होगा, सतहें उतनी ही खुरदुरी होंगी और घर्षण उतना ही अधिक होगा।
- सामान्य मान: चिकनी धातु सतहों के लिए μ लगभग 0.1 तथा खुरदुरी सतहों के लिए 0.3 से 0.5 तक होता है।

चित्र का वर्णन: अभिलंब को ऊर्ध्व दिखाएँ, R ऊपर की ओर, F गति के विपरीत क्षैतिज दिशा में तथा परिणामी को R से ϕ कोण पर घर्षण वाली ओर झुका हुआ बनाएँ।

सरल मशीनों में घर्षण

हर सरल मशीन में प्रयास का कुछ भाग जोड़ों, चूड़ियों तथा संपर्क सतहों पर घर्षण को पार करने में व्यर्थ चला जाता है। यही कारण है कि वास्तविक यांत्रिक लाभ हमेशा केवल वेग अनुपात से निकाले गए आदर्श मान से कम रहता है।

- **Screw jack:** पेंच तथा नट के बीच का घर्षण तय करता है कि jack स्वतः-बंद (self-locking) होगा या नहीं; जब helix कोण घर्षण कोण से छोटा होता है तो भार बिना उल्टा घूमे रुका रहता है।
- **झुका तल:** भार को ऊपर धकेलने में प्रयास $W \sin \theta$ से अधिक लगता है, क्योंकि घर्षण तल के अनुदिश नीचे की ओर लगता है; नीचे उतारते समय घर्षण सहायता करता है, इसलिए प्रयास कम लगता है।
- **Bearing तथा धुरी:** धुरी का घर्षण एक विरोधी आघूर्ण बनाता है; स्नेहन (lubrication) से μ घटता है और दक्षता सुधरती है।

घर्षण बढ़ने पर दक्षता घटती है: **दक्षता = उपयोगी कार्य-निर्गत / कार्य-निवेश**। संख्यात्मक प्रश्नों में पहले बिना घर्षण के आदर्श प्रयास निकालें, फिर प्रश्न के निर्देशानुसार घर्षण का प्रभाव जोड़ें।

संभावित प्रश्न: घर्षण के नियम लिखिए। घर्षण कोण की परिभाषा दीजिए और सिद्ध कीजिए कि घर्षण गुणांक घर्षण कोण की tangent के बराबर होता है।

गति के नियम और सरल मशीनें (Laws of Motion & Simple Machines)

विषय-वस्तु: Newton के नियम; उत्तोलक, घिरनियाँ और झुके तल।

Newton के नियम

Newton का प्रथम नियम (जड़त्व का नियम): कोई वस्तु विराम अवस्था में, अथवा सरल रेखा में एकसमान गति में, तब तक बनी रहती है जब तक कोई बाह्य बल उसे न बदले। यह नियम बल की परिभाषा देता है और जड़त्व — अर्थात् अवस्था-परिवर्तन का विरोध करने के गुण — को समझाता है।

द्वितीय नियम: संवेग-परिवर्तन की दर लगाए गए बल के समानुपाती होती है और बल की दिशा में ही होती है। द्रव्यमान स्थिर रहने पर इससे मुख्य सूत्र मिलता है — $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$, जहाँ बल newton में, द्रव्यमान kg में तथा त्वरण m/s^2 में होता है। भार इसी से मिलता है: $W = mg$ ।

तृतीय नियम: प्रत्येक क्रिया के बराबर तथा विपरीत प्रतिक्रिया होती है और दोनों अलग-अलग वस्तुओं पर लगती हैं — जैसे चलते समय ज़मीन हमें आगे की ओर धकेलती है।

- इन नियमों के साथ गति के समीकरण भी प्रयोग होते हैं: $v = u + at$, $s = ut + \frac{1}{2}at^2$, $v^2 = u^2 + 2as$ ।
- संख्यात्मक प्रश्नों में चिह्न-परिपाटी एक जैसी रखें।

उत्तोलक, घिरनियाँ और झुके तल

सरल मशीन छोटे प्रयास P से बड़ा भार W उठाती है। मुख्य पद: **यांत्रिक लाभ, $MA = W / P$** ; **वेग अनुपात, $VR = \text{प्रयास द्वारा चली दूरी} / \text{भार द्वारा चली दूरी}$** ; **दक्षता, $\eta = MA / VR \times 100\%$** (अर्थात् निर्गत कार्य / निवेश कार्य)।

- उत्तोलक (Lever):** आलंब (fulcrum) के परितः घूमने वाली दृढ़ छड़। $MA = \text{प्रयास भुजा} / \text{भार भुजा}$ । प्रयास भुजा जितनी लंबी, प्रयास उतना कम। उदाहरण — सब्बल (crowbar), तराजू-झूला (see-saw), हैंडल।
- घिरनी तंत्र (Pulley system):** VR चल खंड (movable block) को सहारा देने वाले रस्सी-खंडों की संख्या के बराबर होता है। एकल स्थिर घिरनी केवल दिशा बदलती है (आदर्श रूप में $MA = 1$); चल घिरनियाँ लाभ को बढ़ाती हैं।
- झुका तल (Inclined plane):** $VR = \text{तल की लंबाई} / \text{ऊँचाई} = 1 / \sin \theta$ । बिना घर्षण के प्रयास $P = W \sin \theta$ ।

आदर्श मशीन की दक्षता 100% होती है; वास्तविक मशीन में घर्षण के कारण दक्षता सदैव इससे कम रहती है।

संभावित प्रश्न: किसी मशीन के यांत्रिक लाभ, वेग अनुपात तथा दक्षता की परिभाषा दीजिए और उनमें संबंध लिखिए। किसी उत्तोलक की प्रयास भुजा 80 cm तथा भार भुजा 20 cm है — उसका यांत्रिक लाभ ज्ञात कीजिए।

गुरुत्व केंद्र और जड़त्व आघूर्ण (Centre of Gravity & Moment of Inertia)

विषय-वस्तु: सरल आकृतियों का गुरुत्व केंद्र; जड़त्व आघूर्ण — संक्षेप में।

सरल आकृतियों का गुरुत्व केंद्र

गुरुत्व केंद्र (CG) वह बिंदु है जिससे होकर वस्तु का संपूर्ण भार कार्य करता हुआ माना जा सकता है, चाहे वस्तु किसी भी स्थिति में हो। संयुक्त आकृति के लिए उसे सरल भागों में बाँटें, प्रत्येक भाग का क्षेत्रफल तथा केंद्रक निकालें, फिर किसी चुनी हुई संदर्भ अक्ष से $\bar{x} = \frac{\sum a_i x_i}{\sum a_i}$ तथा $\bar{y} = \frac{\sum a_i y_i}{\sum a_i}$ का प्रयोग करें।

याद रखने योग्य मानक स्थितियाँ:

- **आयत / वर्ग:** विकर्णों के कटान बिंदु पर, अर्थात् $L/2$ तथा $B/2$ पर।
- **त्रिभुज:** माधिका पर, आधार से $h/3$ की दूरी पर (शीर्ष से $2h/3$)।
- **अर्धवृत्त:** सममिति अक्ष पर केंद्र से $4r / 3\pi$ की दूरी पर।
- **ठोस शंकु:** अपने अक्ष पर आधार से $h/4$ की दूरी पर।
- **बेलन / गोला:** ज्यामितीय केंद्र पर।

सममित आकृतियों का CG सममिति अक्ष पर ही होता है — हर उत्तर में यह बात सबसे पहले लिखें।

जड़त्व आघूर्ण — संक्षेप में

जड़त्व आघूर्ण (Moment of Inertia, MI) किसी काट (section) के बंकन तथा घूर्णन के प्रतिरोध को दर्शाता है। क्षेत्रफल के लिए $I = \sum a \cdot y^2$ होता है और इसका मात्रक mm^4 अथवा cm^4 है। समान पदार्थ के लिए MI जितना अधिक, काट उतनी ही दृढ़ तथा मज़बूत होती है।

संक्षेप में मानक परिणाम:

- **आयत** ($b \times d$) के आधार-अक्ष के परितः $I = bd^3 / 3$; केंद्रकीय अक्ष के परितः $I = bd^3 / 12$ ।
- **वृत्त** (व्यास D) के किसी व्यास के परितः $I = \pi D^4 / 64$ ।
- **त्रिभुज** (आधार b , ऊँचाई h) के आधार के परितः $I = bh^3 / 12$; आधार के समानांतर केंद्रकीय अक्ष के परितः $I = bh^3 / 36$ ।

समानांतर अक्ष प्रमेय: $I = I_G + A \cdot h^2$, जहाँ I_G केंद्रकीय अक्ष के परितः MI, A क्षेत्रफल तथा h दोनों अक्षों के बीच की दूरी है। **लंबवत अक्ष प्रमेय** (समतल पट्टियों के लिए): $I_z = I_x + I_y$ । काट मापांक $Z = I / y_{\max}$ MI को बंकन सामर्थ्य से जोड़ता है।

संभावित प्रश्न: किसी T-काट अथवा L-काट का गुरुत्व केंद्र दी गई संदर्भ अक्ष से ज्ञात कीजिए और आयताकार तथा वृत्ताकार काट के केंद्रकीय अक्षों के परितः जड़त्व आघूर्ण लिखिए।

त्वरित दोहराव — एक-एक पंक्ति में

- बल एक सदिश राशि है — परिमाण, दिशा, क्रिया-बिंदु और क्रिया-रेखा।
- दो बलों का परिणामी: $R = \sqrt{(P^2 + Q^2 + 2PQ \cos \theta)}$ ।
- संतुलक बल परिणामी के बराबर, विपरीत और समरेखीय होता है।
- समतलीय बलों के संतुलन की शर्तें: $\sum F_x = 0$, $\sum F_y = 0$ और $\sum M = 0$ ।
- सीमांत घर्षण $F = \mu R$ होता है और आसन्न गति के विपरीत लगता है।
- घर्षण गुणांक घर्षण कोण की tangent के बराबर है: $\mu = \tan \phi$ ।
- विश्राम कोण घर्षण कोण के बराबर होता है।
- Newton के द्वितीय नियम से $F = ma$; भार $W = mg$ ।
- $MA = W/P$, $VR = \text{प्रयास की दूरी} / \text{भार की दूरी}$, दक्षता $= MA/VR \times 100\%$ ।
- त्रिभुज का CG आधार से $h/3$ पर; अर्धवृत्त का केंद्र से $4r/3\pi$ पर।
- आयत का MI केंद्रकीय अक्ष पर $bd^3/12$; वृत्त का व्यास पर $\pi D^4/64$ ।
- समानांतर अक्ष प्रमेय: $I = I_G + Ah^2$ ।

KAMALDNP Academy द्वारा आधिकारिक BTEUP 2026-27 सिलेबस के विषयों से तैयार। संक्षिप्त व्याख्याएँ लेखक की अपनी हैं, सिलेबस की मूल भाषा नहीं। किसी भी स्थानीय बदलाव के लिए कृपया अपने पॉलिटेक्निक से पुष्टि करें।

